

固定公交与柔性公交模式选择研究

孙丙琦, 张勇*, 秦菲菲

(苏州大学 轨道交通学院, 江苏 苏州 215131)

摘要: 固定公交与柔性公交模式选择是提升城市公交运营绩效的有效途径。现有研究仅考虑乘客需求的影响, 本文综合考虑需求强度、服务区域和街区尺度, 基于两类公交系统的成本构成, 分别建立了系统成本最小化的公交容量及发车间隔决策模型。给出了两类公交最优的公交车容量及发车间隔的解析解, 推导了公交模式选择条件, 以及需求强度、服务区域尺度和街区尺度的临界值公式。研究表明, 柔性公交的接送成本和固定公交的乘客步行成本是决定公交模式选择的关键因素。当两者满足特定的大小关系时, 需求强度、服务区域尺度和街区尺度将影响公交模式选择, 否则不产生影响。通过算例, 验证了柔性公交和固定公交的选择方法。研究结果可为实际的公交模式选择提供决策依据。

关键词: 公交模式选择; 固定公交; 柔性公交; 需求强度; 服务区域尺度; 街区尺度

中图分类号: U121 文献标志码: A 文章编号: 1002-4026(2026)01-0053-11

开放科学(资源服务)标志码(OSID):



Fixed- and flexible-route transit mode selection

SUN Bingqi, ZHANG Yong*, QIN Feifei

(School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131, China)

Abstract: Selecting between fixed-route and flexible-route bus systems is a critical strategy for improving the operational efficiency of urban public transit. While most existing studies focus primarily on passenger demand, this study adopts a more comprehensive perspective by incorporating demand intensity, service area size, and block size. Based on the cost structures of both fixed- and flexible-route systems, mathematical models are developed to determine the optimal vehicle capacities and departure intervals that minimize total system costs. Closed-form solutions for these optimal values are derived for both transit modes. In addition, the study identifies the conditions under which each system is preferable, and derives threshold formulas for demand intensity, service area size, and block size. Research demonstrates that the operating costs of flexible bus systems (particularly pickup/drop-off costs) and passenger walking costs in fixed-route systems are pivotal determinants in transit mode selection. These cost factors exhibit threshold-dependent effects; only when their quantitative relationship meets specific conditions do demand intensity, service area scale, and block size significantly influence mode choice. Numerical simulations validate the proposed mode selection methodology between flexible and fixed-route bus systems. The findings provide actionable decision support for real-world transit planning applications.

Key words: transit mode selection; fixed transit; flexible transit; demand intensity; service area size; block size

收稿日期: 2025-01-20 修回日期: 2025-03-10

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(72131008)

作者简介: 孙丙琦(2000—), 硕士研究生, 研究方向为交通规划与管理。E-mail: sunbingqi@126.com

* 通信作者, 张勇, 博士, 副教授, 研究方向为交通规划与设计。E-mail: sinkey@126.com

如何选择合适的公交运营模式,为城市提供高品质、可持续的出行服务,是各地政府、公交运营商和市民所关注的问题。在公交系统中,固定公交和柔性公交是两种主要的运营模式^[1-3]。固定公交是传统公交的运营形式,具有较为悠久的历史沿革。它以固定的站点、固定的发车时刻表、固定的行驶路线来为乘客提供集约化的出行服务;柔性公交以乘客需求为导向,运营不定时、不定点、不定线,以灵活的方式为乘客提供出行服务。

当特定区域需要开通公交服务时,运营商通常会在这两种公交中选择最适宜的模式进行运营^[4-5]。然而,从各地实际的运营效果来看,运营成本高、乘客上座率低常常导致公交运营困难^[6-9]。为了促进我国各地公交的健康发展,在综合考虑影响公交运营绩效的各类因素基础上,建立科学的公交模式选择方法,对于城市的交通发展具有重要的现实意义。

公交模式选择首先关注的是乘客需求。以往研究的基本思路是通过令固定公交与柔性公交运营绩效相等,进而推导出临界需求^[9-10]。这些绩效包括但不限于系统成本^[11-13]、乘客成本^[14]、消费者剩余和运营利润^[15]等。为了准确估计公交运营绩效,现有研究面向静态需求和动态需求两个层面展开。静态需求方面包括解析模型^[10-11,16]、仿真模型^[17]、连续近似模型^[9,12,17]等。动态需求方面的研究尚不多见,主要为自适应模型^[4]。一般认为,固定公交和柔性公交分别适应于高、低需求场景^[11-14]。

公交的运营绩效不仅与乘客需求相关,还与服务区域尺度紧密联系^[11]。很显然,调整服务区域尺度将改变区域内的潜在乘客需求^[11,18],改变公交线路走向、车队规模及发车时刻^[19],从而改变运营成本及乘客成本。考虑服务区域尺度的公交运营分析及优化研究也受到关注。以往研究通常将服务区域简化为带状多边形^[11-12,20]或轮辐形^[21-22],进而探讨服务区域规模与公交车行驶时间的关系^[23]、考虑服务区域尺度设计^[13]、考虑服务区域与公交运营协同^[11]以及行驶线路设计^[24]。而明确探讨服务区域对公交模式选择的影响研究尚不多见。

街区尺度对公交运营绩效同样影响显著。从一些实证结果来看,小街区具有更好的可达性而有利于步行^[25-26],并且绕行距离更短^[27]。由于街区尺度在不同的城市和城区具有显著差异^[26],文献[11]和[28]考虑了街区尺度对乘客步行距离和车辆绕行距离的影响。而乘客步行距离与车辆绕行距离通过影响两类公交的运营绩效,又会进一步影响公交模式选择。因此,有必要进一步深究街区尺度对公交模式选择的影响。然而,此类研究目前尚未见诸报道。

乘客需求、服务区域尺度及街区尺度均会影响公交运营绩效,他们相互关联,共同决定着公交模式选择。但是,将上述因素纳入同一框架的系统性研究仍然甚为鲜见。本文试图解决两个关键问题:当公交需求、服务区域和街区尺度满足什么条件就适合一种公交模式?决定选择某一公交模式后,该如何配置和运营公交车?为了解决上述问题,需要在一个方法框架下考虑乘客需求、服务区域及街区尺度,建立柔性公交和固定公交优化设计模型,寻求公交模式选择条件。本文建立了柔性公交和固定公交优化设计模型仔细考虑了需求不确定下的公交绕行、乘客步行等因素;给出了公交模式选择条件,理清了乘客需求、服务区域尺度及街区尺度方面的选择依据。

1 模型构建

1.1 问题描述

实际中,公交服务的区域是多样的,有正方形区域、矩形区域、圆形区域、不规则图形区域等^[29]。本文以矩形区域作为研究对象,将路网简化为矩形网格形式。如图1所示,将服务区域抽象为长为 ms 、宽为 ns 的矩形区域。该区域包含纵向 m 个、横向 n 个边长为 s 的正方形街区。该区域在单位面积单位时间内出行需求产生速率 λ (次/($\text{km}^2 \cdot \text{h}$))出行。在该服务区域内分别考虑柔性公交和固定公交服务。两种公交车均以巡航速度 v 匀速行驶,停站延误时间忽略不计。柔性公交没有固定停靠站点,公交车沿纵向前进的同时横向移

动接送乘客,为乘客提供门到门的出行服务,其线路根据乘客上下车需求位置决定。固定公交沿服务区域水平中心线运行,以固定时刻表在站点停靠;其中,乘客以速度 v_w 步行到达和离开站点。本文设计的决策变量为发车间隔 H 以及公交车容量 c 。

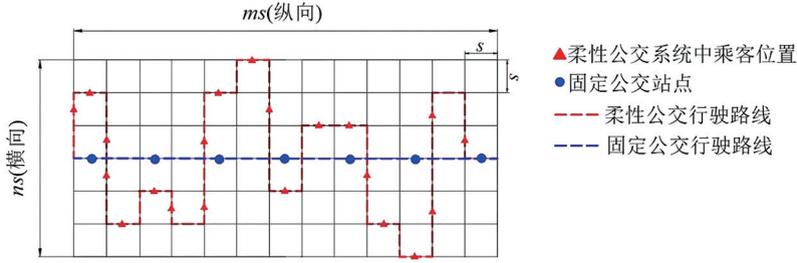


图 1 柔性公交和固定公交线路

Fig.1 Schematic representation of flexible- and fixed-route transit systems

公交模式选择决策过程包括两个步骤。步骤一:寻找决策变量发车间隔 H 和公交车容量 c 的最佳组合,使得两种公交系统的总成本最小;步骤二:以系统成本作为选择公交模式的依据;如果柔性公交的系统最低成本小于固定公交的系统最低成本,则采用柔性公交;反之,则采用固定公交。

1.2 模型假设

为清晰描述本文提出的问题,在建立数学模型之前,首先提出以下假设:

A1.乘客的出行需求在服务区域内随机产生,出行起点和目的地位置坐标在服务区域内是均匀且独立的,出行需求产生的时间服从泊松分布。

A2.固定公交和柔性公交均不考虑公交车停站加速和减速的时间。

A3.固定公交的站点设置在服务区域的中央,站点位于每个街区街面中点处。

A4.街区没有围墙,属于开放型街区。

A5.相邻较近的乘客会聚集到一起发出乘车请求,乘客出行需求一旦产生,柔性公交便会响应,乘客出行位置为柔性公交的必经点,后续不会出现不响应的情况。

A6.公交车匀速行驶,其行驶速度不受其他情况影响。

模型所用符号见下表 1。

表 1 参数符号与定义

Table 1 Symbols and definitions of parameters

符号	参数	符号	参数
m	区域纵向街区数	a	β_L 中可变成本系数/(元·km ⁻¹)
n	区域横向街区数	e	β_L 中固定成本系数/(元·km ⁻¹)
s	街区边长/km	b	β_M 中可变成本系数/(元·h ⁻¹)
λ	出行需求产生速率/(次·km ⁻² ·h ⁻¹)	d	β_M 中固定成本系数/(元·h ⁻¹)
v	公交车行驶速度/(km·h ⁻¹)	U	乘客出行成本/元
v_w	乘客步行速度/(km·h ⁻¹)	C	公交公司总运营成本/元
T	乘客车内时间/h	Z	公交系统人均成本/元
W	乘客等车时间/h	i	服务区域内乘客数
D	乘客步行到站时间/h	p	乘客在每一站下车的概率
L	所有车辆每小时总行驶距离/(km·h ⁻¹)	σ	单位步行阻抗
M	车队规模/辆	α	服务区域长宽比

表1(续)

符号	参数	符号	参数
β_T	乘客时间价值/(元·h ⁻¹)	λ_T	公交模式切换的临界出行需求/(次·km ⁻² ·h ⁻¹)
β_L	单位行驶距离成本/(元·km ⁻¹)	α_T	公交模式切换的临界长宽比
β_M	每辆车每小时折旧成本/(元·h ⁻¹)	s_T	公交模式切换的临界街区边长/km

1.3 公交优化模型

1.3.1 公交系统成本构成

公交系统成本包括乘客成本和公交公司成本。乘客成本与整个出行时间有关,包括:车内时间 T , 等待时间 W , 步行到站时间 D 。则每位乘客的出行成本为:

$$U = \beta_T(T + W + D) \quad (1)$$

与文献[11]相似,本文中公交运营成本与所有车辆在一个小时内总行驶距离 L 和车队规模 M 有关,故公交运营成本为:

$$C = \beta_L L + \beta_M M \quad (2)$$

由于公交车容量越大,其能耗也越大,因此本文将其视为与公交车容量 c 有关的一次函数,故 $\beta_L = a \cdot c + e$; β_M 表示每辆车在每小时的折旧成本,由于公交车容量越大,其折旧成本也越大,因此本文将其视为与公交车容量 c 有关的一次函数,故 $\beta_M = b \cdot c + d$ 。

综上,整个公交系统平均到每位乘客的成本为:

$$Z = \frac{C}{mns^2\lambda} + U \quad (3)$$

1.3.2 柔性公交模型

柔性公交车为乘客提供门到门的出行服务,公交车行驶代替乘客步行而存在车辆横向和绕行成本。运营商成本包括车辆在一个小时内的总行驶距离 L 的成本和 M 辆车的折旧成本。首先讨论行驶距离成本。柔性公交行驶距离包括在服务区域内在纵向和横向上的行驶距离和绕行距离。纵向距离为往返服务区域长边的距离,即 $2ms$ 。与文献[11,28]类似,横向距离是接送乘客而产生的距离,用每位乘客在横向上的平均出行距离乘以总人数表示。根据 OSID 开放科学数据与内容附录 A,乘客横向平均出行距离为 $ns/3$ 。整个服务区域的总人数为 $mns^2\lambda H$,因此公交车在往返过程中横向上的行驶距离为: $2mn^2s^3\lambda H/3$ 。绕行距离主要发生在服务区域纵向上,推导过程见 OSID 开放科学数据与内容附录 B,整个区域的绕行距离为 $\sum_{i=2}^{\infty} (i-1)msP\{i\}$ 。

因此,柔性公交车行驶的期望距离为:

$$L = \frac{1}{H} \left(\frac{2mn^2s^3\lambda H}{3} + 2ms + \sum_{i=2}^{\infty} (i-1)msP\{i\} \right) \quad (4)$$

其次,运营周期内的车队规模取决于车辆行驶速度和期望行程总距离^[12]:

$$M = \frac{L}{v} \quad (5)$$

柔性公交系统中乘客出行成本包含车内时间成本、等待时间成本。车内时间取决于出行距离和随车绕行距离。根据 OSID 开放科学数据与内容附录 A 可知,乘客的纵向出行距离为 $ms/3$,横向出行距离为 $ns/3$ 。根据 OSID 开放科学数据与内容附录 B 可知,在一列街区中有 $i(i \geq 2)$ 名乘客的条件下公交车的绕行距离为 $s(i-1)/2$,又因为乘客在纵向上平均出行 $m/3$ 个街区,因此,乘客随车绕行距离为 $\frac{m}{3} \sum_{i=2}^{\infty} (i-1) \frac{s}{2} P\{i\}$ 。乘客在车内的时间为横向距离、纵向距离、随车绕行距离之和除以车辆速度:

$$T = \frac{1}{v} \left(\frac{ns}{3} + \frac{ms}{3} + \frac{m}{3} \sum_{i=2}^{\infty} (i-1) \frac{s}{2} P\{i\} \right) \quad (6)$$

根据文献[28],乘客的等待时间为发车间隔的一半:

$$W = \frac{H}{2}。 \quad (7)$$

柔性公交人均系统成本包括公交公司运营成本和乘客成本,可以表示为:

$$Z = \frac{1}{mns^2\lambda}(\beta_L L + \beta_M M) + \beta_T(W + T)。$$

将(4)~(7)代入上式,得到柔性公交系统成本最小化规划模型:

$$Z_{\min} = \frac{1}{mns^2\lambda} \left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v} \right) \left(\frac{1}{H} \left(\frac{2mn^2s^3\lambda H}{3} + 2ms + \sum_{i=2}^{\infty} (i-1) msP\{i\} \right) \right) \quad (8a)$$

$$+ \beta_T \left(\frac{H}{2} + \frac{(m+n)s}{3v} + \frac{m}{3v} \sum_{i=2}^{\infty} (i-1) \frac{s}{2} P\{i\} \right),$$

$$\text{s. t.} \quad H > 0, \quad (8b)$$

$$c > \frac{\lambda}{p} H, \quad (8c)$$

其中,约束(8b)表示柔性公交发车间隔应大于0,约束(8c)表示公交车容量应大于平均公交载客人数,车上的平均人数的推导过程见 OSID 开放科学数据与内容附录 C。

1.3.3 固定公交模型

固定公交沿固定线路和站点运营,乘客到达和离开站点需要步行。为与柔性公交模型符号区分,固定公交模型符号中使用下标 f 表示。如图 1 所示,固定公交在纵向上贯穿整个服务区域,其行驶距离为:

$$L_f = \frac{2ms}{H_f}。 \quad (9)$$

与柔性公交相同,车队规模取决于车辆速度和期望行程总距离:

$$M_f = \frac{L_f}{v}。 \quad (10)$$

假设每个街区均存在一个固定站点,固定公交只提供沿线路站点间的乘客出行服务。乘客的车内时间只包含纵向上的。根据 OSID 开放科学数据与内容附录 A 的推导,乘客的车内出行时间为:

$$T_f = \frac{ms}{3v}。 \quad (11)$$

与柔性公交一致,乘客的等待时间为发车间隔的一半:

$$W_f = \frac{H_f}{2}。 \quad (12)$$

固定公交乘客需步行到站点乘车。由于不同的地区乘客的步行意愿不同,因此引入 σ 为单位步行阻抗以反映乘客的步行意愿。 σ 越大,乘客单位步行阻抗越大,其步行意愿越低。步行阻抗的量化要考虑个体行为偏好和环境约束的双重作用。其中,个体行为偏好要考虑个人收入水平、年龄结构、职业特征等因素;环境约束要考虑人行道宽度、路面平整度、气候因素公共交通依赖度等。 σ 的取值一般不会太大,当 $\sigma=1$ 时,表示基准无阻抗状态,乘客对步行无抵触,无主观厌恶和环境干扰。当 $\sigma=1.5$ 时,为中等阻抗状态,表示乘客愿意多付出步行成本的 50% 来避免步行。当 $\sigma=2$ 时,为高阻抗状态,步行成本翻倍,这种多发生在极端环境干扰下或特殊人群的出行上。大多数情况下步行阻抗取值为 1。本文中服务区域中的街区不存在围墙,因此乘客只存在横向上的步行。又因为公交站点沿服务区域中央设置,乘客的分布服从均匀分布,因此乘客在横向上的平均步行距离为 $ns/4$ 。乘客平均步行时间取决于沿横向平均步行距离及步行速度。故乘客步行成本表示为:

$$D_f = \sigma \frac{ns}{4v_w} \quad (13)$$

因此,固定公交人均系统成本为:

$$Z_f = \frac{1}{mns^2\lambda}(\beta_L L_f + \beta_M M_f) + \beta_T(W_f + T_f + D_f) \quad (14)$$

将(10)~(13)代入上式,得到固定公交系统成本最小化规划模型:

$$Z_{f,\min} = \frac{1}{mns^2\lambda} \left(\beta_L \frac{2ms}{H_f} + \beta_M \frac{2ms}{vH_f} \right) + \beta_T \left(\frac{H_f}{2} + \frac{ms}{3v} + \sigma \frac{ns}{4v_w} \right), \quad (14a)$$

$$\text{s. t.} \quad H_f > 0, \quad (14b)$$

$$c_f > \frac{\lambda}{p} H_f, \quad (14c)$$

其中,约束(14b)和约束(14c)与约束(8b)和(8c)相同,分别表示固定公交发车间隔应大于0,公交车容量应大于平均公交载客人数。

1.4 决策变量计算

模型(8)和(14)的决策变量为发车间隔和公交车容量,将成本函数中的决策变量均视为连续的^[11]。根据1.3.1节中 $\beta_L = a \cdot c + e$, $\beta_M = b \cdot c + d$,将其代入柔性公交成本函数和固定公交成本函数中,得到关于发车间隔 H 和公交车容量 c 的函数,并对其进行数学求解,得到决策变量的解析解。详细求解过程见OSID开放科学数据与内容附录G。柔性公交和固定公交最优发车间隔和公交车容量分别为:

$$H^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{2e}{ns\lambda} + \frac{2d}{ns\lambda v} \right)}{\frac{a\lambda s}{p} + \frac{2nsa\lambda}{3p} + \frac{b\lambda s}{vp} + \frac{2nsb\lambda}{3vp} + \frac{\beta_T}{2} + \frac{\beta_T mns^3 \lambda}{6v}}}, \quad (15)$$

$$c^* = \frac{\lambda}{p} \sqrt{\frac{\left(\frac{2e}{ns\lambda} + \frac{2d}{ns\lambda v} \right)}{\frac{a\lambda s}{p} + \frac{2nsa\lambda}{3p} + \frac{b\lambda s}{vp} + \frac{2nsb\lambda}{3vp} + \frac{\beta_T}{2} + \frac{\beta_T mns^3 \lambda}{6v}}}, \quad (16)$$

$$H_f^* = \sqrt{\left(\frac{2e}{ns\lambda} + \frac{2d}{ns\lambda v} \right) \frac{2}{\beta_T}}, \quad (17)$$

$$c_f^* = \frac{\lambda}{p} \sqrt{\left(\frac{2e}{ns\lambda} + \frac{2d}{ns\lambda v} \right) \frac{2}{\beta_T}} \quad (18)$$

2 选择分析

本节探讨柔性公交与固定公交的切换的需求、服务区域长宽比和街区尺度的条件,从而揭示两类公交的适应性。选择哪种公交模式的依据是,在同样的外界条件下,谁的成本更低就选择谁。通过对比前文建立的固定公交和柔性公交的成本模型可以得出,两种公交成本因其运行特点存在差异。相比于固定公交,一方面,柔性公交用横向上的行驶来代替固定公交系统中乘客的步行,因此公交车会产生横向行驶成本和车辆折旧成本,乘客会产生横向上的车内时间成本。另一方面,柔性公交因提供门到门的出行服务而存在绕行,因此公交车会产生绕行行驶成本和车辆折旧成本,乘客会产生绕行车内时间成本。上述两方面的成本是因提供柔性服务而产生的,不妨称之为期望柔性公交服务衍生成本。相比于柔性公交,固定公交只额外存在乘客步行成本。通过分析可知,柔性公交和固定公交的成本较量,本质上是柔性公交服务衍生成本和固定公交乘客步行成本之间的博弈。

根据以上分析,本文选择公交模式的方法便是将两种公交成本做差,进而分析孰高孰低。固定公交与柔性公交的选择方法通过三个定理阐述。接下来,首先探讨有关乘客需求的公交模式选择条件。

定理 1(临界需求) 若 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(\frac{2ns}{3} + s\right) + \frac{\beta_T ns}{3v} > \beta_T \sigma \frac{ns}{4v_w}$, 固定公交成本始终小于柔性公交成本,与实际的需求无关。若 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(\frac{2ns}{3} + s\right) + \frac{\beta_T ns}{3v} < \beta_T \sigma \frac{ns}{4v_w}$, 则存在唯一临界 $\lambda_T, \lambda_T = 6v \left[\sigma \frac{ns}{4v_w} - \frac{1}{\beta_T} \left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right) \left(s + \frac{2ns}{3}\right) - \frac{ns}{3v} \right] / (mns^3H)$ 。当 $\lambda < \lambda_T$ 时,柔性公交成本小于固定公交成本;当 $\lambda > \lambda_T$ 时,固定公交成本小于柔性公交成本。

证明过程见 OSID 开放科学数据与内容附录 D。在该定理中,对于条件 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(\frac{2ns}{3} + s\right) + \frac{\beta_T ns}{3v} < \beta_T \sigma \frac{ns}{4v_w}$, 不等号左边式子第一项表示公交车在一列街区的横向和绕行行驶成本与车辆折旧成本,第二项为乘客横向车内时间成本,这两项成本仅在柔性公交系统中存在,为柔性公交服务衍生成本。不等号右边表示固定公交人均步行成本,仅在固定公交系统中存在。

以往的研究表明,固定公交和柔性公交分别适应于高、低需求场景^[11-14]。定理 1 拓展了该观点的认识。如果柔性公交系统中与横向和绕行有关的成本大于固定公交人均步行成本,则固定公交是最佳选择,而与实际需求无关。只有在上述成本小于固定公交步行成本时,则存在一个需求临界值,当实际需求大于该临界值时,仍应采用固定公交;当实际需求小于该临界值时,则应选择柔性公交。因此,即使实际的需求强度是很低的,也并不意味着选择柔性公交,还需要满足上述条件。

接下来探讨有关服务区域尺度的公交模式选择条件。为了在乘客需求相同条件下揭示服务区域尺度对公交模式选择的影响,需要固定公交和柔性公交服务相同区域的面积。如果服务区域的面积是固定的,则矩形服务区域的长度与宽度可以只以矩形长宽比一个参数来表示。因此,定理 2 给出了 $m \cdot n = A$ 的假设,通过矩形长宽比探讨区域尺度对公交模式选择的影响。

定理 2(临界长宽比) 给定服务区域总面积 As^2 、街区尺度 s , 即 $m \cdot n = A$, 令长宽比 $\alpha = m/n$ 。当满足 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2\sqrt{A}s}{3}\right) + \beta_T \left(\frac{\sqrt{A}s}{3v} + \frac{As^3\lambda H}{6v}\right) < \beta_T \sigma \frac{\sqrt{A}s}{4v_w}$ 时,存在唯一的临界 $\alpha_T, \alpha_T = \left(\frac{\beta_T \sigma \sqrt{A}s}{4v_w} - \frac{2\sqrt{A}s}{3} \left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right) - \frac{\beta_T \sqrt{A}s}{3v} \right) / \left(s \left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right) + \frac{\beta_T As^3\lambda H}{6v} \right)^2$ 。当 $\alpha < \alpha_T$ 时,柔性公交成本小于固定公交成本;当 $\alpha > \alpha_T$ 时,固定公交成本小于柔性公交成本。若 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2\sqrt{A}s}{3}\right) + \beta_T \left(\frac{\sqrt{A}s}{3v} + \frac{As^3\lambda H}{6v}\right) > \beta_T \sigma \frac{\sqrt{A}s}{4v_w}$, 柔性公交成本始终大于固定公交成本,与实际长宽比无关。

证明过程见 OSID 开放科学数据与内容附录 E。在条件 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2\sqrt{A}s}{3}\right) + \beta_T \left(\frac{\sqrt{A}s}{3v} + \frac{As^3\lambda H}{6v}\right) < \beta_T \sigma \frac{\sqrt{A}s}{4v_w}$ 中,不等号左边的第一项表示柔性公交在一列街区的横向和绕行行驶成本与车辆折旧成本,第二项表示乘客在横向和绕行的车内时间成本,这两项为柔性公交服务衍生成本;不等号右边表示固定公交系统中乘客步行成本。

定理 2 表明,如果柔性公交服务衍生成本大于固定公交系统步行成本,应采用固定公交而与实际服务区域长宽比无关;否则,存在一个服务区域长宽比临界值,当实际服务区域长宽比小于该临界值时,应采用柔性公交;当实际服务区域长宽比大于该临界值时,应选择为固定公交。该定理表明,在服务区域面积相同的情况下,柔性公交更适合于长宽比小的服务区域。最后探讨有关街区尺度的公交模式选择条件。

定理 3(临界街区尺度) 当 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2ns}{3}\right) + \frac{\beta_T ns}{3v} > \frac{\beta_T \sigma ns}{4v_w}$ 时,固定公交成本始终小于柔性公交;

当 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2ns}{3}\right) + \frac{\beta_T ns}{3v} < \frac{\beta_T \sigma ns}{4v_w}$ 时, 柔性公交成本始终小于固定公交, 均与街区尺度无关。

当满足 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(ns + \frac{2ns}{3}\right) + \beta_T\left(\frac{ns}{3v} + \frac{m(ns)^3\lambda H}{6v}\right) > \beta_T\sigma\frac{ns}{4v_w} > \left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2ns}{3}\right) + \frac{\beta_T ns}{3v}$ 时, 存在唯

一临界 $s_T = \sqrt{\frac{3v\beta_T\sigma n}{2v_w} - 6v\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(1 + \frac{2n}{3}\right) - 2\beta_T n} / \beta_T m n \lambda H$ 。当 $s < s_T$ 时, 柔性公交成本小于固定公交成本; 当 $s > s_T$

时, 固定公交成本小于柔性公交成本。否则, 不存在临界值 s_T 。证明过程见 OSID 开放科学数据与内容附录 F。

在条件 $\left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(ns + \frac{2ns}{3}\right) + \beta_T\left(\frac{ns}{3v} + \frac{m(ns)^3\lambda H}{6v}\right) > \beta_T\sigma\frac{ns}{4v_w} > \left(\beta_L + \frac{\beta_M}{v}\right)\left(s + \frac{2ns}{3}\right) + \frac{\beta_T ns}{3v}$ 中, 第一

个式子表示柔性公交系统中车辆因绕行、在横向上行驶而产生的成本及乘客在横向和绕行上的车内时间成本之和的最大值, 可以解释为柔性公交服务衍生成本的最大值; 中间的式子表示固定公交系统中乘客步行成本; 最后一个式子表示柔性公交系统中车辆在一列街区中因绕行、横向行驶而产生的成本与乘客在横向上的车内时间成本之和的均值, 为期望柔性公交服务衍生成本。

该定理表明, 当固定公交系统中乘客步行成本小于期望柔性公交服务衍生成本时, 应该选择固定公交; 当固定公交系统步行成本大于柔性公交服务衍生成本的最大值时, 应该选择柔性公交, 这两种选择均与街区尺度无关。若固定公交系统中步行成本介于上述柔性公交服务衍生成本的最大值和期望值之间时, 则存在一个街区尺度临界值, 若实际街区尺度小于该临界值, 则选用柔性公交; 反之, 选择固定公交。该定理表明, 柔性公交适合在小街区内运营。

上述 3 个定理表明, 选择柔性公交和固定公交的关键因素在于柔性公交服务衍生成本的期望值和最大值与固定公交系统步行成本的大小关系。将 3 个定理综合起来看, 可以得到: 如果固定公交步行成本小于柔性公交服务衍生成本的期望值, 则无论实际出行需求、长宽比、街区边长如何, 始终选择固定公交; 如果步行成本大于最大柔性公交服务衍生成本, 则无论出行需求、长宽比、街区尺度如何, 始终选择柔性公交。值得注意的是, 如果步行成本介于柔性公交服务衍生成本的期望值和最大值之间, 选择哪种公交与临界需求、临界长宽比、临界街区尺度有关。当实际需求、长宽比、街区边长都小于临界值时, 柔性公交成本小于固定公交成本, 应该选择柔性公交; 反之, 则选择固定公交。选择方法如表 2 所示。

表 2 公交模式选择方法

Table 2 Method for selecting bus system mode

步行成本小于期望柔性 公交服务衍生成本	步行成本介于柔性公交服务衍生成本 的期望值和最大值之间	步行成本大于最大柔性 公交服务衍生成本
选择固定公交	$\lambda < \lambda_T$ 且 $\alpha < \alpha_T$ 且 $s < s_T$ 选择柔性公交	选择柔性公交
	否则 选择固定公交	

3 算例分析

本节将所建模型应用于真实案例以验证公交模式选择的决策。确定实际的新区的临界需求及最优公交容量及发车间隔, 并探讨各种因素对公交模式选择的影响以及多种外部因素对临界值的影响。

3.1 算例背景

本节使用数值算例来说明两种公交成本模型和定理的性质。以中国某国家级新区为背景开展案例分析。该新区规划了若干个新镇, 如图 2 所示, 其路网属于棋盘式布局, 街区都近似为正方形, 且街区平均边长为 0.12 km。由于该新区的街区是开放型的, 因此乘客的步行时间满足公式 (13)。计划在该新区中划定一

个长 4.8 km,宽 0.96 km 的矩形区域提供公交服务,即图 2 中绿色阴影覆盖区域。因此该服务区域纵向包含 40 个街区,横向包含 8 个区域。

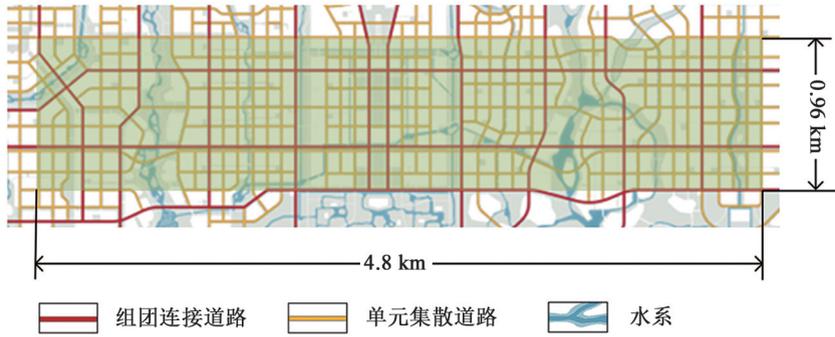


图 2 新区内公交服务区域

Fig.2 Illustration of the bus service area

截至 2023 年,该新区的常住人口约为 120 万,规划面积约 2 000 km²,因此该新区的平均人口密度约为 600 人/km²。新区的公交分担率约为 30%,每人每天平均出行 1 次,每天有效出行时间为 12 h(6:00—18:00),因此平均每小时每平方千米公交出行需求为 15 次。新区内公交车车速为 25 km/h,乘客步行速度约为 3 km/h。乘客的时间价值用新区内最低工资标准代替,为 22 元/h。乘客不抵触步行,步行阻抗为 1。每一站下车的概率为 0.15。

根据前文已知,为了将公交车容量 c 作为决策变量引入到模型中,将车辆每小时行驶单位距离消耗的运营成本 β_L 表示为公交车容量 c 的函数,即 $\beta_L = a \cdot c + e$ 。同样,对于每辆车每小时的单位折旧成本 β_M ,也将其写成公交车容量 c 的函数,即 $\beta_M = b \cdot c + d$ 。其中 a 、 b 为可变成本系数, e 、 d 为固定成本系数。为了得到 a 、 b 、 e 、 d 的值,需要对单位运营成本 β_L 和单位折旧成本 β_M 与公交车容量进行回归分析。该新区公交系统全部使用新能源汽车。6 m 段(6~8 m)公交车座位数为约为 10 个,每 100 km 平均能耗为 39.5 kW·h^[30];10 m 段公交车(10~11 m)公交车座位数约为 40 个,每 100 km 平均能耗约为 75.7 kW·h^[30]。

车辆每增加 1 m,每 100 km 车辆能耗平均增加约 6.4 kW·h^[30]。该新区中电车充电电费约为 1 元/(kW·h),充电服务费为 0.3 元/(kW·h)。将公交车每公里能耗乘以电费和服务费的和作为该公交车行驶距离的单位运营成本。结合不同车型的容量和行驶距离成本之间的关系,通过回归分析可以得到 $a = 0.019\ 02$ 元/(辆·km), $e = 0.423\ 3$ 元/(辆·km)。单位折旧成本 β_M 的回归分析与上述过程同理。在当地,纯电动新能源公交车接受国家补贴之后的价格在(15~30)万元不等,使用期限约为 13 年,公交车每天的运营时间为 12 h。将购车费用平摊到运营总时长,可以通过回归分析出 $b = 0.089\ 1$ 元/(辆·h), $d = 1.781$ 元/(辆·h)。

新区公交系统的各种参数如下表 3 所示。

表 3 公交系统参数

Table 3 Parameters of public transportation bus systems

3.2 算例结果分析

将算例数据代入式(15)~(18)得到最优发车间隔与公交车容量。求解得到柔性公交系统的最优发车间隔为 $H^* \approx 0.07$ (h),最优公交车容量为 $c^* \approx 7$;固定公交系统最优发车间隔为 $H_f^* \approx 0.08$ (h),最优公交车容量为 $c_f^* \approx 8$ 。根据第 2 节的选择分析可知,在一个区域内选择公交模式时首先要计算柔性公交服务的衍生成本和固定公交中的乘客步行成本。将案例数据分别带入第 2 节 2 个定理中的条件可以得到计算结果如表 4 所示。

参数	数值	参数	数值
m	40	a	0.019 02 元/(辆·km)
n	8	b	0.089 1 元/(辆·h)
λ	15 次/(km ² ·h)	e	0.423 3 元/(辆·km)
p	0.15	d	1.781 元/(辆·h)
σ	1	v	25 km/h
v_w	3 km/h	β_T	22 元/h

表4 定理中前提条件成本

Table 4 Cost components associated with the theorem preconditions

定理	乘客步行成本/元	柔性公交服务衍生成本期望值/元	柔性公交服务衍生成本最大值/元
定理 1	1.760 0	0.753 1	
定理 2	3.935 5	1.734 6	
定理 3	1.760 0	0.753 1	6.724 1

从计算结果可以看出,定理 1 和定理 2 的柔性公交服务衍生成本期望值均小于乘客步行成本,定理 3 的乘客步行成本介于柔性公交服务衍生成本的期望值和最大值之间。该计算结果表明,要想确定该新区适合运营哪种公交需要进一步计算临界需求、临界长宽比和临界街区尺度,并将实际值与临界值进行比较进而确定公交服务模式。临界值的计算结果及实际值如表 5 所示。

表5 临界值的计算结果及实际值

Table 5 Calculated and actual critical values

比较项	临界需求 $\lambda_T / (\text{次} \cdot \text{km}^{-2} \cdot \text{h}^{-1})$	临界长宽比 α_T	临界街区尺度 s_T / km
临界值	38	54	0.27
实际值	15	5	0.12

由计算结果可知,实际值均小于临界值。根据第 2 节中的结论,该新区适合运营柔性公交。

4 结论

本文建立了固定公交和柔性公交的系统成本模型,推导出两类公交最优的发车间隔和容量的解析解。并通过模型对比,得到选择两种公交的方法。研究发现,影响选择的主要因素是柔性公交衍生成本期望值与最大值和步行成本之间大小关系。当步行成本小于柔性公交衍生成本期望值时,选择固定公交;当步行成本大于柔性公交衍生成本最大值时,选择柔性公交;当步行成本介于两者之间时,会存在临界出行需求、临界长宽比、临界街区尺度,当实际值均小于临界值时,选择柔性公交,否则,选择固定公交。研究进一步说明,柔性公交适合在低需求、长宽比小、小街区的情况下运营。最后本文通过数值案例进行分析和证明。

未来可在如下方向探索:(1)本文关注了乘客的平均出行成本,未考虑票价收入,后续研究可以纳入票价结构,如基于距离的票价,研究固定和柔性公交模式的适用性。(2)本文假设整个服务区的出行需求是均质的。一般而言,城市中心的需求较高,而偏远郊区的需求较低。未来的研究可以考虑非同质需求情形。(3)可以考虑出行需求随时间波动的情况,一天中的不同时段可以运营不同的公交模式。

参考文献:

- [1] 贺韵竹, 贾鹏, 李海江, 等. 新型需求响应公交发车时刻和票价优化[J]. 系统工程理论与实践, 2022, 42(4): 1060-1071. DOI: 10.12011/SETP2021-1149.
- [2] BERRADA J, POULHÈS A. Economic and socioeconomic assessment of replacing conventional public transit with demand responsive transit services in low-to-medium density areas[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2021, 150: 317-334. DOI: 10.1016/j.tra.2021.06.008.
- [3] PIETER V, LISSA M, DILAY A, et al. A survey on demand-responsive public bus systems[J]. Transportation Research Part C, 2022, 137: 103573.
- [4] CALABRÒ G, ARALDO A, OH S, et al. Adaptive transit design: Optimizing fixed and demand responsive multi-modal transportation via continuous approximation[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2023, 171: 103643. DOI: 10.1016/j.tra.2023.103643.
- [5] TANG X D, YANG J, LIN X, et al. Dynamic operations of an integrated mobility service system of fixed-route transits and flexible

- electric buses[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2023, 173: 103081. DOI: 10.1016/j.tre.2023.103081.
- [6] 搜狐网. 新区公交难等“上来容易下去难”[EB/OL].[2024-12-14]. https://www.sohu.com/a/232706120_394265.
- [7] 束涵, 周丹旒. 浦东定制公交开了又停:“公交”的公益性和“定制”的市场化,能否调和[EB/OL].[2024-12-14]. <https://www.jfdaily.com/news/detail?id=198915>.
- [8] 裴丰瑶. 问政回声 | 乘客反映泾渭定制公交买票难 交通部门:将增配运力[EB/OL].[2024-12-14]. https://www.sohu.com/a/232706120_394265.
- [9] QUADRIFOGLIO L, LI X G. A methodology to derive the critical demand density for designing and operating feeder transit services[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2009, 43(10): 922-935. DOI: 10.1016/j.trb.2009.04.003.
- [10] LI X G, QUADRIFOGLIO L. Feeder transit services: Choosing between fixed and demand responsive policy[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2010, 18(5): 770-780. DOI: 10.1016/j.trc.2009.05.015.
- [11] NOURBAKHSH S M, OUYANG Y F. A structured flexible transit system for low demand areas[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2012, 46(1): 204-216. DOI: 10.1016/j.trb.2011.07.014.
- [12] PETIT A, OUYANG Y F. Design of heterogeneous flexible-route public transportation networks under low demand[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2022, 138: 103612. DOI: 10.1016/j.trc.2022.103612.
- [13] KIM M, LEVY J, SCHONFELD P. Optimal zone sizes and headways for flexible-route bus services[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2019, 130: 67-81. DOI: 10.1016/j.trb.2019.10.006.
- [14] QIU F, SHEN J X, ZHANG X C, et al. Demi-flexible operating policies to promote the performance of public transit in low-demand areas[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2015, 80: 215-230. DOI: 10.1016/j.tra.2015.08.003.
- [15] ATASOY B, IKEDA T, SONG X, et al. The concept and impact analysis of a flexible mobility on demand system[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015, 56: 373-392. DOI: 10.1016/j.trc.2015.04.009.
- [16] MISHRA S, MEHRAN B. Cost analysis of different vehicle technologies for semi-flexible transit operations[J]. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 2024, 130: 104159. DOI: 10.1016/j.trd.2024.104159.
- [17] CALABRÒ G, LE PIRA M, GIUFFRIDA N, et al. Designing demand responsive transport services in small-sized cities using an agent-based model[J]. *Transportation Research Procedia*, 2023, 69: 759-766. DOI: 10.1016/j.trpro.2023.02.233.
- [18] LEE E, CEN X K, LO H K, et al. Designing zonal-based flexible bus services under stochastic demand[J]. *Transportation Science*, 2021, 55(6): 1280-1299. DOI: 10.1287/trsc.2021.1054.
- [19] FU L P. Planning and design of flex-route transit services[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2002, 1791(1): 59-66. DOI: 10.3141/1791-09.
- [20] LI X, QUADRIFOGLIO L. Optimal zone design for feeder transit services[J]. *Transportation Research Record*, 2009, 2111(1): 100-108.
- [21] SHI H G, GAO M Y. Analysis of a flexible transit network in a radial street pattern[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2020, 2020(1): 5379218. DOI: 10.1155/2020/5379218.
- [22] BADIA H, ESTRADA M, ROBUSTÉ F. Competitive transit network design in cities with radial street patterns[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014, 59: 161-181. DOI: 10.1016/j.trb.2013.11.006.
- [23] ZHAO J M, DESSOUKY M. Service capacity design problems for mobility allowance shuttle transit systems[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2008, 42(2): 135-146. DOI: 10.1016/j.trb.2007.07.002.
- [24] SMITH B, DEMETSKY M, DURVASULA P. A multiobjective optimization model for flexroute transit service design[J]. *Journal of Public Transportation*, 2003, 6(1): 81-100. DOI: 10.5038/2375-0901.6.1.5.
- [25] HESS P M, VERNEZ MOUDON A, CATHERINE SNYDER M, et al. Site design and pedestrian travel[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 1999, 1674(1): 9-19. DOI: 10.3141/1674-02.
- [26] EWING R, CERVERO R. Travel and the built environment[J]. *Journal of the American Planning Association*, 2010, 76(3): 265-294. DOI: 10.1080/01944361003766766.
- [27] JACOBS J. *The death and life of great American Cities*[M]. New York: Random House, 1961.
- [28] SANGVERAPHUNSIRI T, CASSIDY M J, DAGANZO C F. Jitney-lite: A flexible-route feeder service for developing countries[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2022, 156: 1-13. DOI: 10.1016/j.trb.2021.12.015.
- [29] 郭晓俊. 基于需求响应的实时定制公交系统研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2016.
- [30] 刘鹏, 李成, 崔丁松, 等. 纯电动城市客车实际能耗及影响因素大数据分析[J]. *客车技术与研究*, 2022, 44(1): 56-59.